Sammanfattning Föreläsning 9

- Längd av kurva parametriserad av $\mathbf{r}(t)$, $a \leq t \leq b$:
  - $l = \int_a^b |\mathbf{r}'(t)|\, dt$

  Härledning m.h.a. Riemannsummor

- En vektorvärd funktion $\mathbf{r}(t)$ kan beskriva en partikel eller kropps rörelse. Då är dess

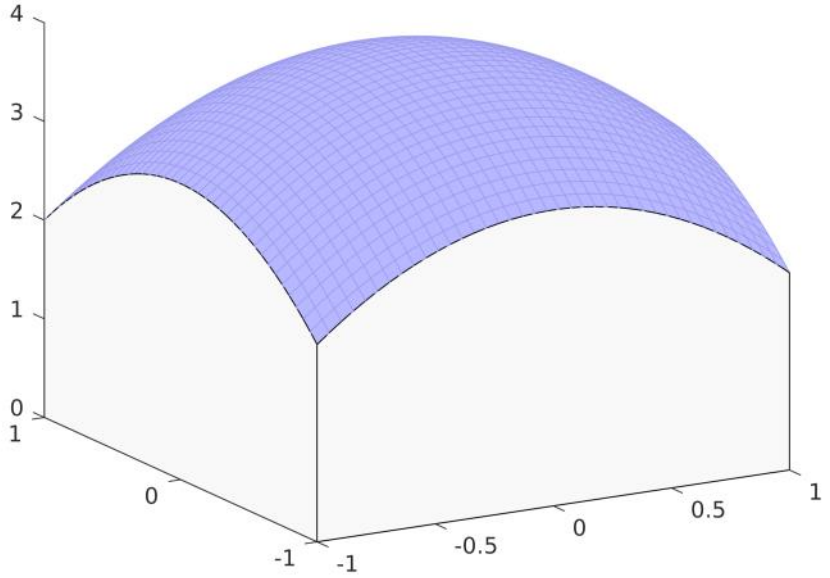
  hastighet $\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t)$

  fart $|\mathbf{v}(t)| = |\mathbf{r}'(t)|$

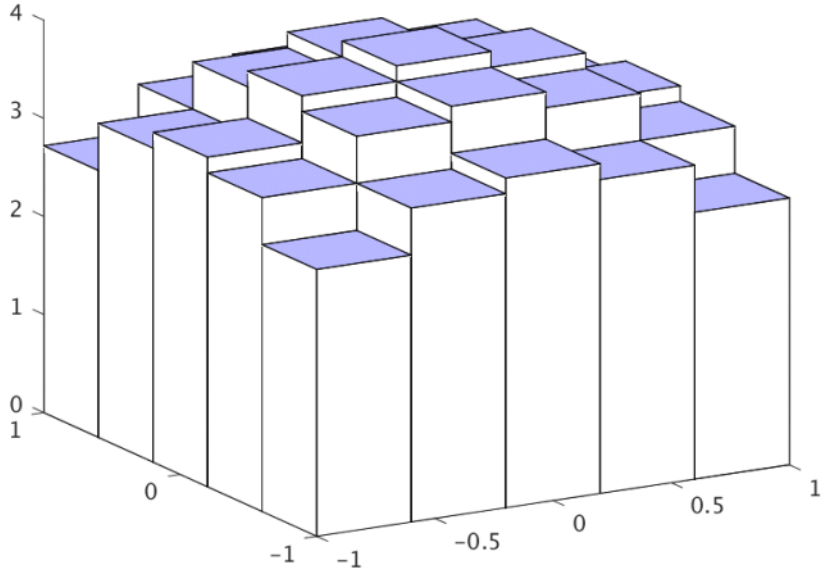
  acceleration $\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = \mathbf{r}''(t)$

- Newtons andra lag: $\mathbf{F}(t) = m\mathbf{a}(t)$

$$z = f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$$



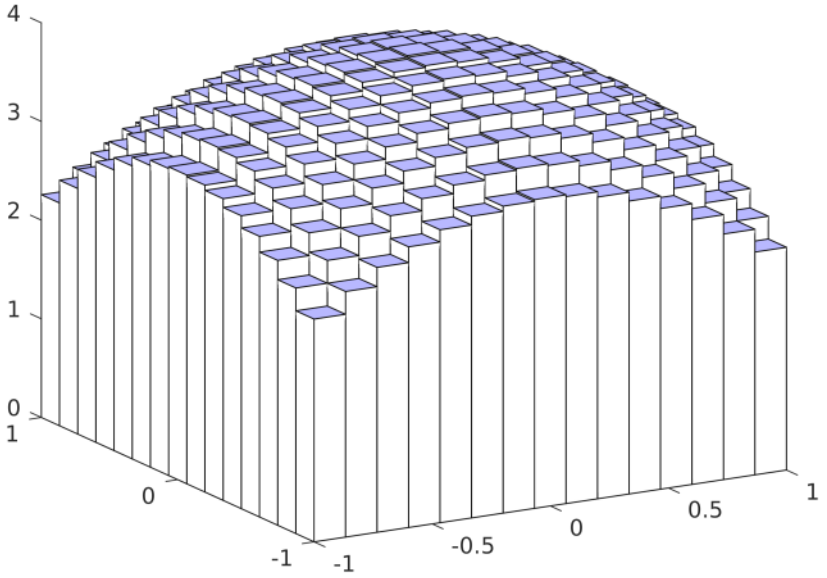
$n = m = 5$



volym
13,4400…

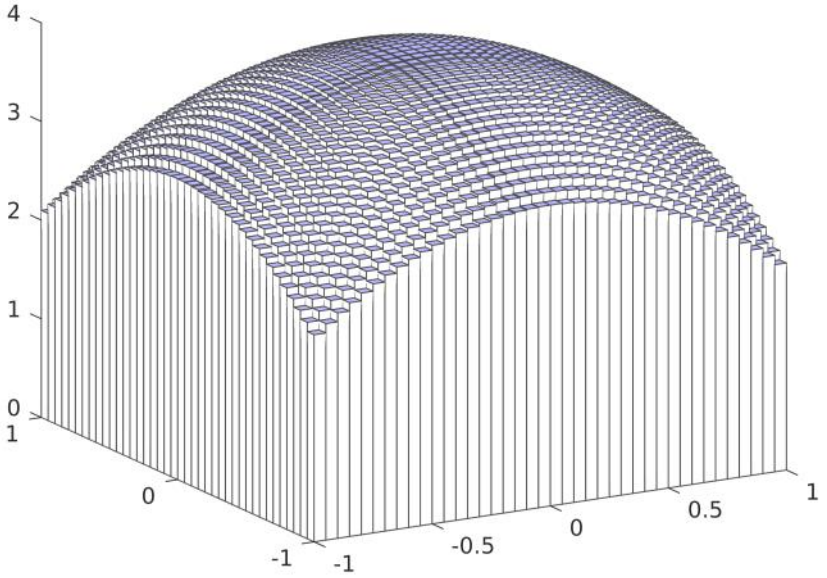
$n = m = 15$

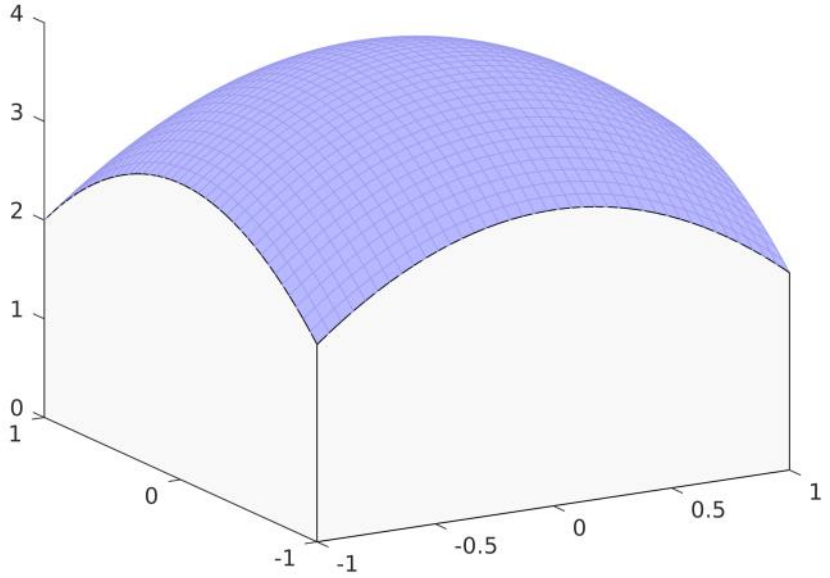
volym
13,3452…



$n = m = 40$

volym
13,3350…





$$\iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}A = 13{,}333\ldots$$

(snart hur kan beräkna detta)

Om $D = [0,1] \times [0,2]$ är $\iint_D 2\,dA$

Om $D = [0,1] \times [-2,0]$ är $\iint_D 2\,dA$

Om $D = [0,1] \times [0,2]$ är $\iint_D -2\,dA$

- ○ -4
- ○ -2
- ○ 2
- ○ 4

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [0,2]$ i xy-planet är ?

Alltså är $\iint_{[0,1]\times[0,2]} 2\, dA = ?$

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [0,2]$ i xy-planet är
$(x, y, z) \in [0,1] \times [0,2] \times [0,2]$ som är ett rätblock med sidor 1, 2 och 2
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[0,2]} 2\, dA = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [-2,0]$ i xy-planet är
?
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[-2,0]} 2\, dA = ?$

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [0,2]$ i xy-planet är
$(x, y, z) \in [0,1] \times [0,2] \times [0,2]$ som är ett rätblock med sidor 1, 2 och 2
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[0,2]} 2\, dA = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [-2,0]$ i xy-planet är
$(x, y, z) \in [0,1] \times [-2,0] \times [0,2]$ som är ett rätblock med sidor 1, 2 och 2
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[-2,0]} 2\, dA = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

Området mellan $z = -2$ och $[0,1] \times [0,2]$ i xy-planet är
?
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[0,2]} -2\, dA = ?$

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [0,2]$ i xy-planet är
$(x, y, z) \in [0,1] \times [0,2] \times [0,2]$ som är ett rätblock med sidor 1, 2 och 2
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[0,2]} 2\, dA = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

Området mellan $z = 2$ och $[0,1] \times [-2,0]$ i xy-planet är
$(x, y, z) \in [0,1] \times [-2,0] \times [0,2]$ som är ett rätblock med sidor 1, 2 och 2
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[-2,0]} 2\, dA = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

Området mellan $z = -2$ och $[0,1] \times [0,2]$ i xy-planet är
$(x, y, z) \in [0,1] \times [0,2] \times [-2,0]$ som är ett rätblock med sidor 1, 2 och 2
Alltså är $\iint_{[0,1]\times[0,2]} -2\ dA = -1 \cdot 2 \cdot 2 = -4.$
Obs: Negativt tecken för ligger under xy-planet

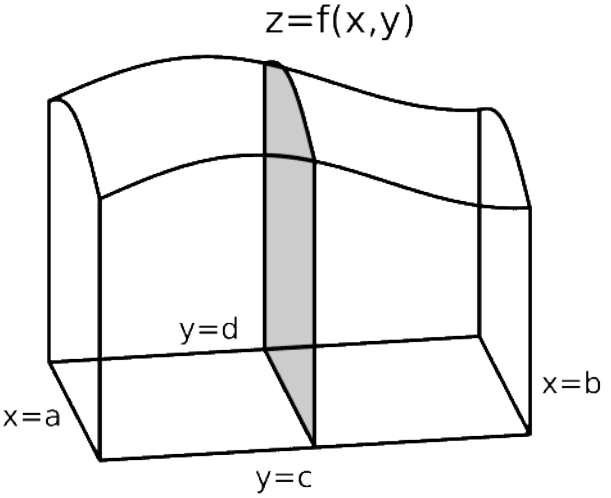
Idé Fubinis sats

I en variabel, area = integral av höjd.

Bör ha motsvarande:

volym =
integral av tvärsnittsarea,

jmf. avsnitt 6.2.



Om x fix, tvärsnittsarea: $A(x) = \int_c^d f(x,y)\,dy$

$\iint_D f(x,y)\,dA =$

"volymen under $z = f(x,y)$" =

$\int_a^b A(x)\,dx =$

$\int_a^b \int_c^d f(x,y)\,dy\,dx$

