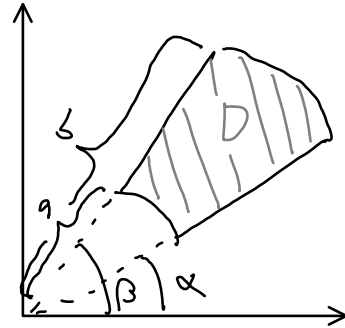


Sammanfattning Föreläsning 12

- Polära koordinater

$$(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$$



- Integration över polär rektangel:

Om D i polära koordinater ges av $a \leq r \leq b, \alpha \leq \theta \leq \beta$:

$$\begin{aligned} \iint_D f(x, y) dA &= \int_a^b \int_\alpha^\beta f(r \cos \theta, r \sin \theta) r d\theta dr \\ &= \int_\alpha^\beta \int_a^b f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta \end{aligned}$$

Vilken av följande uttryck beräknar y -koordinaten för masscentrum av halvcirkelskivan

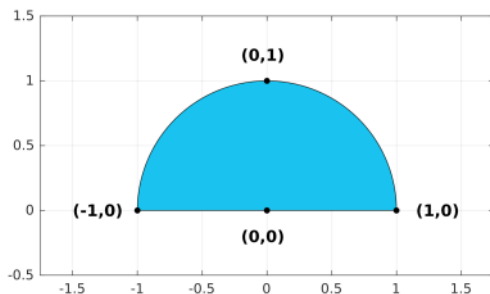
$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ om cirkelskivan antas ha densitet $\rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$. (Flera alternativ kan vara rätt)

Correct answers

☐ $\frac{\iint_D y(1+x^2+y^2) dA}{\iint_D (1+x^2+y^2) dA}$

☐ $\frac{\int_0^1 \int_0^\pi r \sin \theta (1+r^2) r d\theta dr}{\int_0^1 \int_0^\pi (1+r^2) r d\theta dr}$

☐ $\frac{\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} y(1+x^2+y^2) dy dx}{\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (1+x^2+y^2) dy dx}$



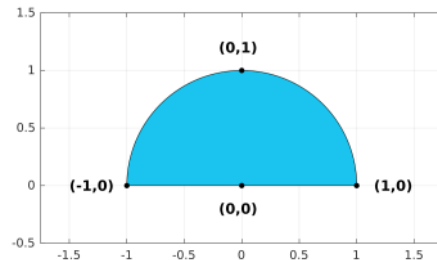
Detta är så jag tänkt mig uppgiften. I uppgiften ni gjorde på föreläsningen hade jag skrivit funktionen i nämnaren i mittensvaret som $r \sin \theta r$, vilket alltså var fel.

y -koordinaten för masscentrum av D med densitet

$\rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ ges av

$$\bar{y} = \frac{\iint_D y (1 + x^2 + y^2) dA}{\iint_D 1 + x^2 + y^2 dA}$$

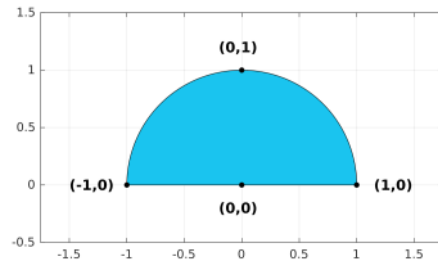
$$D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}$$



y -koordinaten för masscentrum av D med densitet

$\rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ ges av

$$\bar{y} = \frac{\iint_D y (1 + x^2 + y^2) dA}{\iint_D 1 + x^2 + y^2 dA}$$



$$D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}$$

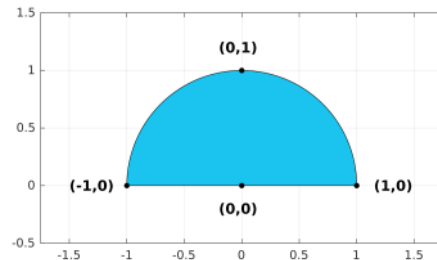
Kan då skriva

$$\bar{y} = \frac{\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} y(1 + x^2 + y^2) dy dx}{\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (1 + x^2 + y^2) dy dx}$$

y -koordinaten för masscentrum av D med densitet

$\rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ ges av

$$\bar{y} = \frac{\iint_D y (1 + x^2 + y^2) dA}{\iint_D 1 + x^2 + y^2 dA}$$

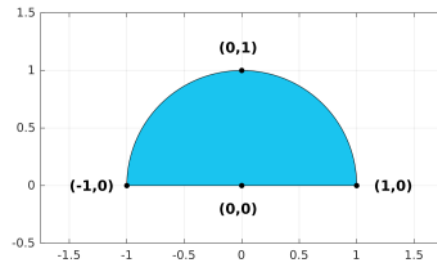


D i polära koordinater: $? \leq r \leq ?, ? \leq \theta \leq ?$

y -koordinaten för masscentrum av D med densitet

$\rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ ges av

$$\bar{y} = \frac{\iint_D y (1 + x^2 + y^2) dA}{\iint_D 1 + x^2 + y^2 dA}$$



D i polära koordinater: $0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \pi$

Kan då skriva

$$\bar{y} = \frac{\int_0^1 \int_0^\pi r \sin \theta (1 + r^2) r d\theta dr}{\int_0^1 \int_0^\pi (1 + r^2) r d\theta dr}$$