

**Analys i en variabel för Z/TD, TMV138/181**

**Läsperiod 2, 2019**

***Några extra övningar om differentialekvationer***

1. En tank innehåller från början 100 liter rent vatten. Man häller i en vätska bestående av en saltlösning med 0.1 kg salt per liter med hastigheten 10 liter per minut. Samtidigt töms tanken med samma hastighet så att volymen vätska i tanken är konstant.  
Hur mycket salt innehåller tanken efter 6 minuter?
2. Bestäm en funktion  $f(x)$  sådan att  $f(x) \geq 0$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ , och arean under kurvan  $y = f(x)$  mellan 0 och  $x$  är proportionell mot  $f(x)^{n+1}$
3. En rabarberpaj tas ut ur ugnen kl 17.00. Vid det tillfället är pajen  $100^\circ$ . 10 minuter senare är den  $80^\circ$  varm, och ytterligare 10 minuter senare är den  $65^\circ$ .  
Hur varmt är det i köket?  
Anta att avsvlningshastigheten är proportionell mot skillnaden mellan temperaturerna.
4. Sand rinner ner på ett golv i en jämn ström. Det bildas då en sandhög formad som en kon vars radie hela tiden är 1.5 gånger så stor som dess höjd. Antag att sanden rinner med hastigheten  $9\pi$  kubikmeter per timme och att höjden vid en viss tidpunkt var 1 meter.  
Beskriv hur konens höjd varierar med tiden.  
När är konen 2 meter hög?
5. Bestäm den kurva som passerar genom punkten (3,2) och som är sådan att om en tangent till kurvan dras i en godtycklig punkt P så kommer den del av tangenten som ligger i första kvadranten att delas i två lika delar av P.