Amplituden

Carl-Joar Karlsson
carljoar@chalmers.se

November 22, 2019

En kommentar på räkneövningen den 22 november i KS11. Vi härleder amplituden för

$$y(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) \tag{1}$$

Amplituden är maxvärdet, så vi letar efter derivatans nollställe:

$$0 = y'(t) = \omega(A\cos(\omega t) - B\sin(\omega t)) \tag{2}$$

vilket är en ekvation för t. Kalla dess lösning t_0. Detta t_0 uppfyller

$$A\cos(\omega t_0) = B\sin(\omega t_0) \tag{3}$$

Sätter vi in det i (1) får vi

$$\max y(t) = y(t_0) = \left(\frac{A^2}{B}\cos(\omega t_0) + B\cos(\omega t_0)\right) = \frac{A^2+B^2}{B}\cos(\omega t_0) \tag{4}$$

Använd nu trigonometriska ettan på (3) för att eliminera $\cos(\omega t_0)$:

$$\begin{aligned}\cos(\omega t_0) = \frac{A}{B}\sqrt{1-\cos^2(\omega t_0)} \implies \max y(t) &= \frac{A^2+B^2}{B}\cos(\omega t_0) = \\ &= \frac{A^2+B^2}{B}\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} = \sqrt{A^2+B^2}\end{aligned}$$

Alltså antar $y(t)$ sitt maxvärde (eller minvärde), vilket är $\sqrt{A^2+B^2}$, i t_0.

Fråga: Tar ovanstående räkning hänsyn till tecknet på de trigonometriska funktionerna? Kan du göra det rigorösare?

Fråga: Kan man förstå härledningen utifrån en bild (av en ellips)?

Fråga: Kan man skriva om $y(t)$ som en funktion av *en* trigonometrisk funktion? Hur många okända konstanter får vi då?

Fråga: Hade det inte varit enklare att byta variabel från t till $s = \omega t$ redan från början? Kan vi alltid göra så, i alla sammanhang?