Tentamen i Linjär algebra, 3.7 hp, LMA212 för DAI1 och DEI1, 20190828, 08.30-12.30

tel 031 772 5892/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

1. Låt $z = \dfrac{7-3j}{5+2j}$.

   (a) Förenkla z. (b) Beräkna $|z|$. (c) Bestäm $\operatorname{Im} z$. (d) Bestäm $\arg z$. 2.0p

2. Givet matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$.

   (a) Beräkna $\det \boldsymbol{A}$. (b) Lös matrisekvationen $\boldsymbol{X} = [x \quad y \quad z]^T$: $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ för olika a. 1.0p+1.5p

   (c) Lös ekvationen
   $$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{0}$$
   1.5p

3. Givet matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, där $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$.

   (a) Visa att matrisekvationen saknar lösning $\boldsymbol{x}$. 0.5p

   (b) Lös matrisekvationen med MK-metoden. 2.5p

   (c) Beräkna medelfelet. 1.0p

   (d) Visa att matrisen
   $$\boldsymbol{A}_L^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$
   är vänsterinvers och lös matrisekvationen m.h.a. $\boldsymbol{A}_L^{-1}$. 1.0p

4. Givet punkterna $P = (0;0;0)$, $Q = (2;2;1)$ och $R = (0;3;3)$.

   (a) Beräkna arean av triangeln T med hörn i P, Q och R. 2.0p

   (b) Bestäm en ekvation för planet innehållande punkterna P, Q och R. 2.0p

5. Givet planen Π_1 och Π_2 med ekvationerna $\begin{cases} \Pi_1 : \ x - 2y + z = 0 \\ \\ \Pi_2 : \ 3x - z = 0 \end{cases}$.

   (a) Bestäm en ekvation för skärningslinjen mellan planen. 1.5p

   (b) Bestäm en ekvation för planet som är vinkelrät mot planen Π_1 och Π_2, samt innehåller origo. 2.5p

6. Betrakta binomet $f(z) = 27z^3 + 8$.

   (a) Lös ekvationen $f(z) = 0$. 2.0p

   (b) Skriv $f(z)$ som en produkt av reella polynom av så låg grad som möjligt. 2.0p

7. Polynomet $g(z) = 4z^3 + 12z^2 + z + 3$ har rent imaginärt nollställe z_1.

   (a) Lös ekvationen $g(z) = 0$. 3.0p

   (b) Faktorisera $g(z)$ i reella polynom av så låg grad som möjligt. 1.0p