



Tentamen vid Chalmers tekniska högskola i matematik, kurskod MVE021, för DAI och EI, torsdag f.m. 20150416

Ansvarig lärare Reimond Emanuelsson, tel 031 772 5888/031 772 5892

Del 1: Godkänddelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. (a) Vad betyder att en matris $\mathbf{A}$ är inverterbar?

(b) Visa att för två inverterbara matriser av samma typ gäller $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$.

3. Givet matrisen
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(a) Bestäm egenvärdena till matrisen.

(b) Är matrisen $\mathbf{A}$ diagonaliserbar? Uträkningar behövs inte. Det räcker att motivera!

4. Betrakta de $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_2 \end{bmatrix}$, som uppfyller $x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0$.

(a) Visa att mängden av dessa utgör ett underrum U till $\mathbb{R}^3$.

(b) Bestäm den vinkelräta projektionen av $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix}$ på underrummet U .

1. Lös matrisekvation $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} = 2\mathbf{X}$, där

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ och } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. Givet matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & -5 & 1 \\ 4 & 11 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) Bestäm determinanten av $\mathbf{A}$.

(b) Bestäm dimensionen av radrummet, kolonnrummet och nollrummet till $\mathbf{A}$.

3. Vektorerna $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ är givna.

(a) Visa att de utgör en bas B i $\mathbb{R}^2$.

(b) Låt $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$. Bestäm koordinatvektorn $[\mathbf{v}]_B$.

4. (a) En linjär avbildning $\mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2$ avbildar basvektorerna $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ och $\mathbf{e}_3$ i standardbasen i $\mathbb{R}^2$ enligt följande.

$$T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ och } T(\mathbf{e}_3) = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

i. Bestäm standardmatrisen för T .

ii. Beräkna $T([0 \ 3 \ 1]^T)$.