

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, 772 5892/0708 94 84 56

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!

1. Det komplexa talet $z = \frac{2-5j}{3+7j}$ är givet.
(a) Förenkla z , (b) Beräkna $|z|$. (c) Bestäm $\operatorname{Im} z$. (d) Bestäm $\arg z$. 2p

2. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 3y + z = 10 \\ x + 3y - z = 8 \end{cases}.$$

- (a) Lös ekvationssystemet. 2p

- (b) Beräkna determinanten av koefficientmatrisen $\mathbf{A}$ i (a). 2p

- (c) För vilket reellt tal p är matrisen $\begin{bmatrix} 2p & -5 & 7 \\ 1 & 1 & -1 \\ p & -2 & 3 \end{bmatrix}$ inversmatris till koefficientmatrisen $\mathbf{A}$ i (a)? 2p

3. Givet ekvationssystemet $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - y = 4 \\ y = -2 \end{cases}.$

- (a) Lös ekvationssystemet med MK-metoden. 2.5p

- (b) Beräkna medelfelet. 1.5p

- (c) Visa att $\mathbf{A}_L^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ är vänsterinvers till ekvationssystemets koefficientmatris och lös ekvationssystemet m.h.a. denna matris. 1p

4. Följande punkter, i ett ONH-system, är givna.

$$P = (1; 2; 0), Q = (-1; 2; 0), \text{ och } R = (2; 3; 1).$$

- (a) Bestäm en ekvation för planet Π , som innehåller punkterna P , Q och R . 3.0p

- (b) Visa att linjen $L: (x, y, z) = t(-3, 1, 1) + \overrightarrow{OP}$, $t \in \mathbb{R}$, ligger i planet i (a). 1.0p

- (c) Linjen L är skärningslinje mellan planet Π i (a) och ett plan Π_1 som är vinkelrät mot planet Π . Bestäm en ekvation för planet Π_1 . 3.0p

5. Betrakta binomet $f(z) := z^4 + 64$.

- (a) Lös den binomiska ekvationen $f(z) = 0$ med valfri metod. 2.0p

- (b) Skriv polynomet $f(z)$ som en produkt av reella polynom av så låg grad som möjligt. 2.0p

6. Betrakta polynomet $g(z) = z^2 + (2j - 1)z + (3 - 3j)$.

- (a) Lös ekvationen $g(z) = 0$. 2.0p

- (b) Skriv $g(z)$ som en produkt av två komplexa polynom av grad 1. 1.0p