**Storgruppsdemonstration 2: Uppgifter 12.7.8 och 12.7.12**

**12.7.8** Låt $f(x, y, z) = \cos(x + 2y + 3z)$. Bestäm en ekvation för tangentplanet till $f$:s nivåyta genom punkten $(\pi/2, \pi, \pi)$.

Lösning: Gradienten är normal till tangentplanet, så räkna gradienten:

$$\nabla f(x, y, z) = -\sin(x + 2y + 3)\mathbf{i} - 2\sin(x + 2y + 3z)\mathbf{j} - 3\sin(x + 2y + 3z)\mathbf{k}.$$

Observera att när $(x, y, z) = (\pi/2, \pi, \pi)$, har vi $\sin(x + 2y + 3z) = \sin(\pi/2 + 5\pi) = -1$, så

$$\nabla f(\pi/2, \pi, \pi) = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}.$$

Enligt MVE460, tangentplanet kan beskrivas med ekvationen

$$(x - \pi/2) + 2(y - \pi) + 3(z - \pi) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x + 2y + 3z = \frac{11\pi}{2}.$$

**12.7.12** Bestäm förändringshastigheten hos funktionen

$$f(x, y) = \frac{x}{1 + y}$$

i punkten $(0, 0)$, och i riktningen $u = \mathbf{i} - \mathbf{j}$.

Lösning: Vi först räknar gradienten:

$$\nabla f(x, y) = \frac{1}{1 + y}\mathbf{i} - \frac{x}{(1 + y)^2}\mathbf{j} \quad \Rightarrow \quad \nabla f(0, 0) = \mathbf{i}.$$

För att räkna riktningsderivatan, måste vi normalisera $u$:

$$\widehat{u} = \frac{u}{|u|} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{i} - \mathbf{j}).$$

Därför, enligt Sats 7 på sidan 725, har vi

$$D_{\widehat{u}} f(0, 0) = \widehat{u} \cdot \nabla f(0, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$