

Tisdag 18 augusti 2020 kl 14.00 – 18.00

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Irina Pettersson, ankn 1740

Tillåtna hjälpmedel: alla utom mänsklig assistans

Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp3 2020, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas

1. Låt $f(x, y) = e^{x^2 - 2x + 4y^2 - 3}$
 - a. Bestäm en ekvation för tangentplanet till $z = f(x, y)$ i den punkt där $x = -1, y = 1$ (2p)
 - b. Rita nivåkurvan $f = 1$ (4p)
2. Har funktionen $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$ något minsta värde? Bestäm i så fall detta minsta värde och ange var det antas. (3p)
3. Skriv $\int_0^2 \left(\int_0^y f \, dx \right) dy + \int_2^6 \left(\int_0^{\sqrt{6-y}} f \, dx \right) dy$ som en enda itererad integral där vi först integrerar i y -led. (4p)
4. Beräkna kurvintegralen $\int_C x^2 y \, dx - xy^2 \, dy$ där C är kurvan $y = \sqrt{9 - x^2}$ genomlöp medurs från punkten $(-3, 0)$ till $(3, 0)$ (4p)

5. Bestäm arean av den minsta ellips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ som innehåller
rektangeln $-1 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2$. (7p)
6. Låt a och b vara två positiva konstanter. Beräkna flödet av
fältet $F = (bxy^2, bx^2y, (x^2 + y^2)z^2)$ ut genom den **öppna**
cylindern $x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq b$ (6p)
7. Låt $f(x, y, z) = x^2y + yz + z^2$. En myra kryper i planet $x + y + z = 1$ genom
punkten $(1, -1, 1)$ så att riktningsderivatan för f är $= 0$.
Vilken riktning kryper myran i? (6p)
8. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D [x + y] dx dy$ där D är området $x^2 + y^2 \leq 4$
i första kvadranten.
Med $[x]$ menas som vanligt heltalsdelen av x , det största heltalet $\leq x$ (7p)
(ledning: rita området och tänk på dubbelintegralen som en volym)
9. Bestäm flödet av fältet $F = (x, y, 1)$ ner genom den del av
ytan $z = 4 - x^2 - y^2$ som ligger ovanför planet $z = 2x + 1$ (7p)